Universidad De Los Lagos
Departamento de Ciencias Exactas
Pedagogía en Matemática y Computación

Geometría 1 - 2015
Profesora: Cecilia Planas
Ayudante: Samuel Fuentes



Contenidos Ayudantía #6

La ayudantía 6 es el jueves 19 de noviembre a las 14.15h en la sala E 203. Según el avance de las clases de ésta semana, resolveremos ejercicios relacionados con Congruencia de $\triangle$s y Paralelas, o bien, continuaremos con ejercicios asociados a los contenidos de ayudantías anteriores.

Congruencia de Triángulos

Definición 1. Dada una correspondencia $ABC \leftrightarrow DEF$ entre dos triángulos decimos que es una correspondencia lado-ángulo-lado o abreviadamente LAL si dos lados del $\triangle ABC$ y el ángulo comprendido entre ellos son congruentes con las partes correspondientes del $\triangle DEF$

Definición 2. Dada una correspondencia $ABC \leftrightarrow DEF$ entre dos triángulos decimos que es una correspondencia ángulo-lado-ángulo o abreviadamente ALA si dos ángulos del $\triangle ABC$ y el lado comprendido entre ellos son congruentes con las partes correspondientes del $\triangle DEF$

Definición 3. Dada una correspondencia $ABC \leftrightarrow DEF$ entre dos triángulos decimos que es una correspondencia lado-lado-lado o abreviadamente LLL si los lados correspondientes son congruentes.

Postulado 1 (Postulado LAL)**.** Toda correspondencia LAL es una congruencia.

Teorema 1 (Teorema ALA)**.** Toda correspondencia ALA es una congruencia.

Definición 4. Un triángulo es escaleno si ninguno de sus lados es congruente con otro de sus lados.

Definición 5. Un triángulo es isósceles si al menos dos de sus lados son congruentes.

Definición 6. Un triángulo es equilátero si sus tres lados son congruentes

Teorema 2 (del triángulo isósceles)**.** Si dos lados de un triángulo son congruentes, entonces los ángulos opuestos a éstos son congruentes. Es decir, en un triángulo isósceles los ángulos opuestos a los lados congruentes son congruentes.

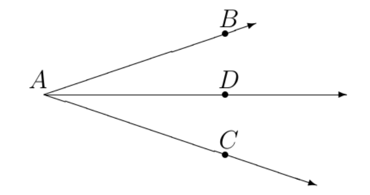
- **Corolario 17.1.** (del triángulo equilátero) Todo triángulo equilátero tiene sus tres ángulos congruentes.

Teorema 3 (recíproco del teorema del $\triangle$ isósceles)**.** Si dos ángulos de un triángulo son congruentes, entonces los lados opuestos son congruentes.

- **Corolario 18.1.** Todo triángulos que tiene todos sus ángulos congruentes es equilátero.

Teorema 4 (Teorema LLL)**.** Toda correspondencia LLL es una congruencia.

Definición 7. Si D está en el interior del $\angle BAC$ y $\angle BAD \cong \angle CAD$, entonces el rayo $\overrightarrow{AD}$ biseca al $\angle BAC$ y se llama la bisectriz del $\angle BAC$.



Teorema 5 (de la bisectriz)**.** Todo ángulo tiene solamente una bisectriz.

Teorema 6. Todos los puntos de la bisectriz de un ángulo diferentes del extremo están en el interior del ángulo.

Paralelas

Postulado 2. Se conoce como el quinto postulado de Euclides: Por un punto exterior a una recta pasa una y solo una recta paralela a la recta dada.

Teorema 7. Si dos rectas cortadas por una transversal forman ángulos alternos internos congruentes, entonces son paralelas.

Teorema 8 (recíproco del anterior)**.** Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces forman ángulos alternos internos congruentes.

Teorema 9. Si dos rectas son cortadas por una transversal y forman ángulos correspondientes congruentes, entonces son paralelas.

Teorema 10. Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces los ángulos correspondientes son congruentes.

Teorema 11. Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, los ángulos consecutivos interiores son suplementarios.

Teorema 12 (recíproco del anterior)**.** Si dos rectas son cortadas por una transversal, determinan ángulos consecutivos interiores suplementarios, las rectas son paralelas.

Teorema 13. La medida de un ángulo exterior de un triangulo es igual a la suma de las medidas de los interiores no adyacentes a él.

Teorema 14. La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°.

- **Corolario 1.** En un triangulo no puede haber más de un ángulo interior que mida 90° o más de 90°
- **Corolario 2.** Si un triangulo tiene dos de sus ángulos respectivamente congruentes a dos ángulos de otro triangulo, entonces el tercer ángulo del primero es congruente al tercer ángulo del segundo.
- **Corolario 3.** Los ángulos agudos de un triangulo rectángulo son complementarios.

Teorema 15 (30 - 60 - 90)**.** Si un triangulo rectángulo tiene un ángulo agudo de 30°, entonces el cateo opuesto a este ángulo mide la mitad de la hipotenusa.

Teorema 16. En un plano, si dos ángulos tienen sus lados respectivamente perpendiculares, entonces son congruentes.

Definición 8. La distancia de un punto a una recta, es la longitud del segmento perpendicular trazado del punto a la recta.

Definición 9. Lugar geométrico: Es el conjunto de puntos de un plano que cumplen una o varias condiciones.

Teorema 17. La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de puntos que equidistan de los lados del ángulo.